# Übungsstunde 10

Samstag, 25. November 2023 14:49

## Nachbesprechung Serie 8

**EE-Reduktionen:** 1) "Wir simulieren $M$ auf $w$" gibt **0 Punkte** an der Klausur

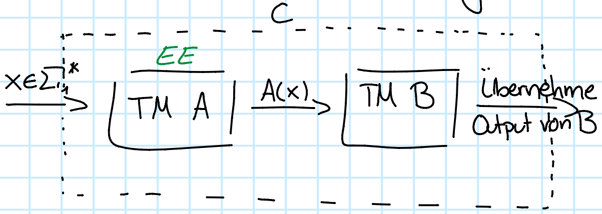
Ihr müsst schreiben: 2) "Wir generieren die Kodierung einer TM $M'$ welche unabhängig von ihrer Eingabe $M$ auf $w$ simuliert"

Bei Variante 1) ist nicht garantiert, dass die TM immer hält (Bedingung an eine EE-Reduktion

### Was macht eine EE-Reduktion Schematisch

Die TM aus der EE-Konstruktion welche immer hält nennen wir $A$.

Wir wollen $L_1 \leq_{EE} L_2$ zeigen.




$x \in L_1 = L(C) \iff A(x) \in L_2 = L(B)$

TM A: Das ist die EE-Red. aka die Transformation der Eingabe

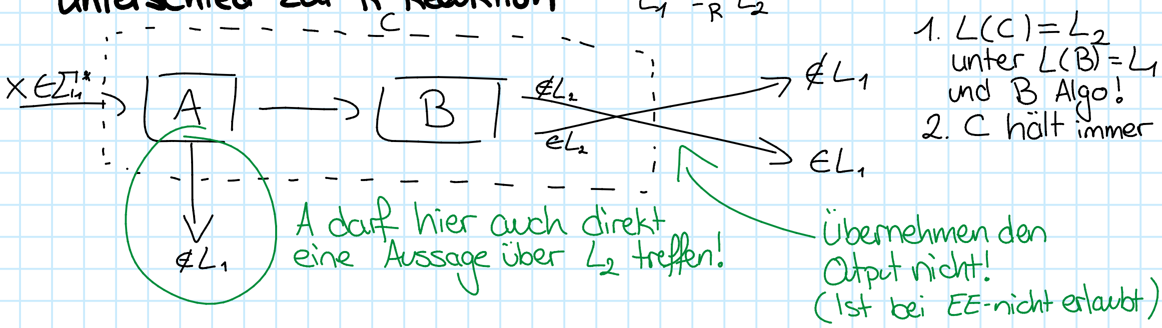
TM B: Die TM B prüft einfach ob $A(x) \in L_2$; C **übernimmt** diese Ausgabe

TM C: Die TM welche zuerst A und dann B ausführt

Diese vernachlässigen wir bei EE-Reduktionen.

Nur wenn wir aus der EE-Red. $\in \mathcal{L}_R$ oder $\notin \mathcal{L}_R$ folgern wollen müssen wir diese wie bei R-Red. angeben.

### Unterschied zur R-Reduktion $L_1 \leq_R L_2$




1. $L(C) = L_2$ unter $L(B) = L_1$ und B Algo!
2. C hält immer

$\ulcorner L_1 \leq_R L_2 \iff \ulcorner L_2 \in \mathcal{L}_R \Rightarrow L_1 \in \mathcal{L}_R \urcorner$

$\iff \neg(L_2 \in \mathcal{L}_R) \vee (L_1 \in \mathcal{L}_R)$ $\Leftarrow$ Falls $L_1 \notin \mathcal{L}_R \Rightarrow L_2 \notin \mathcal{L}_R$

Auch wenn dieser Ansatz logisch i.O. ist gibt er an der Prüfung 0 Pkt $\lrcorner$

## Aufgabe 24 b): Finde Fehler

Angenommen $w = Kod(M)\#x$.

Dann $A(x) = Kod(M')$, wobei $M'$ unabhängig von ihrer Eingabe $M$ auf $x$ simuliert.

Falls $M$ hält $\Rightarrow M'$ verwirft

Falls $M$ nicht hält $\Rightarrow M'$ akzeptiert ↯

M' kann nicht nachvollziehen ob M auf x hält oder nicht – dies ginge nur in einer R-Red. wo wir annehmen, dass M' ein Algo. ist welcher entscheidet ob eine TM hält oder nicht $\Rightarrow L(M') = \emptyset$ hier, da $M$ hält nicht $\Rightarrow M'$ hält nicht

**Variante 2:** A konstruiert eine TM $M'$, welche für jede Eingabe $M$ auf $x$ simuliert für $|y|$ Schritte, wobei $y$ nicht-det. gewählt wird.

Hält $M$ innerhalb der $|y|$-Schritte $\Rightarrow$ verwirf ↯

Sonst: akzeptier

Das Problem hier ist, dass wir bei NEA's immer nur akzeptierende Bedingungen raten können (i.e. sowas wie wenn nach $|y|$-Schritten term. $\Rightarrow$ akzeptiere). Da wir nur Wörter akz. die nicht halten, existiert keine obere Grenze an Berechnungs-schritten, nach denen wir das gelesene Wort akzeptieren können, aka $\nexists$ Lösung welche wir nicht-det. raten könnten.

**Richtig:** Für seine Eingabe $y$ simuliert $M'$ die TM $M$ auf $x$ für $|y|$ Schritten. Terminiert diese $\Rightarrow M'$ verwirft, sonst akzeptiere.

Wieso geht das?

z.z.: $x \in L_H^c \Leftarrow f(x) \in L_{all}$

Per Kontraposition. $x \notin L_H^c \Rightarrow f(x) \notin L_{all}$

$\Longleftrightarrow x \in L_H \Rightarrow x \notin L_{all}$

$x \in L_H \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}$ s.d. $M$ auf $x$ in $k$ Schritten terminiert.

$\Rightarrow \forall w \in \Sigma_2^{\geq k}$ verwirft $M' \Rightarrow Kod(M') \notin L_{all}$

Da $L_{all}$ alle Wörter akzeptiert!

$NTIME(f) \,\tilde{=}\, \{ L(M) \mid M \text{ NMTM mit } Time_M(n) \in \mathcal{O}(f(n)) \}$

Beh.: a) $NTIME(f)$ ist abgeschlossen unter Vereinigung $(L_1, L_2 \in NTIME(f) \Rightarrow L_1 \cup L_2 \in NTIME(f))$

Beweis: NMTM muss halten (Wenn nicht sicher ob 2 NMTM halten → Parallel laufen lassen)

$M_1$ NMTM s.d. $L(M_1) = L_1$ mit $k_1$-Bändern & $Time_{M_1}(w_1) \in \mathcal{O}(f(n))$, $|w_1| = n$

$M_2$ NMTM s.d. $L(M_2) = M_2$ mit $k_2$-Bändern & $Time_{M_2}(w_2) \in \mathcal{O}(f(n))$, $|w_2| = n$

Konstruiere nun eine NMTM $M$ auf $(k_1 + k_2 + 1)$-Bändern für $L = L_1 \cup L_2$

$M$ arbeitet wie folgt: $M$ simuliert $M_1$ auf Band 2 bis $k_1+1$ (1. Band ist Eingabeband)

(Parallele Simulation) $M$ simuliert $M_2$, auf Band $k_1+2$ bis $k_1+k_2+1$

$M$ akzeptiert $\Leftrightarrow$ $M_1$ oder $M_2$ (oder beide) akzeptiert

$\exists$ akzeptierende Berechnung auf $M$ gdw. $\exists$ (akz. Berechnung in $M_1$ oder $M_2$)

Zeitkomplexität: $M$ kopiert Input auf jeweils das erste Band von $M_1$ & $M_2$. Danach stellt $M$ die Köpfe von $M_1$ & $M_2$ auf den Anfang.

Da $|\text{Input}| = n$ ist dies in $\mathcal{O}(2n) = \mathcal{O}(n)$ möglich.

Eine akzeptierende Berechnung von $M$ benötigt nicht mehr Zeit als "Zeit zum Kopieren der Eingabe" + "Zeit der kürzesten Berechnung von $M_1$ oder $M_2$"

$Time_M(w) \in \mathcal{O}(n) + \min\{ Time_{M_1}(w), Time_{M_2}(w) \} \in \mathcal{O}(f(n))$

$\Rightarrow L = L_1 \cup L_2 \in NTIME(f(n))$. $\square$

## Serie 9:

**Bonusaufgabe 2: Sinnvoll**

**A25:**
**A26:** $\Big\}$ wird definitiv nicht an dem Endterm / der Sessionsprüfung kommen