Polynomielle Reduktion

$L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ falls es eine polynomielle TM gibt, die eine Abbildung $f : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ berechnet, mit $w \in L_1 \iff f(w) \in L_2$, für alle $w \in \Sigma_1^*$.

Polynomielle Reduktion

$L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ falls es eine polynomielle TM gibt, die eine Abbildung $f : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ berechnet, mit $w \in L_1 \Longleftrightarrow f(w) \in L_2$, für alle $w \in \Sigma_1^*$.

Eine Sprache L heisst NP-schwer, falls für alle $L' \in NP$ gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$.

Polynomielle Reduktion

$L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ falls es eine polynomielle TM gibt, die eine Abbildung $f : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ berechnet, mit $w \in L_1 \Longleftrightarrow f(w) \in L_2$, für alle $w \in \Sigma_1^*$.

Eine Sprache L heisst NP-schwer, falls für alle $L' \in NP$ gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$.

Falls $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ und $L_2 \leq_{\mathrm{p}} L_3$, dann $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_3$.

Polynomielle Reduktion

$L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ falls es eine polynomielle TM gibt, die eine Abbildung $f : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ berechnet, mit $w \in L_1 \Longleftrightarrow f(w) \in L_2$, für alle $w \in \Sigma_1^*$.

Eine Sprache L heisst NP-schwer, falls für alle $L' \in NP$ gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$.

Falls $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ und $L_2 \leq_{\mathrm{p}} L_3$, dann $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_3$.

Falls für eine NP-schwere Sprache L' gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$, dann ist L NP-schwer.

Polynomielle Reduktion

$L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ falls es eine polynomielle TM gibt, die eine Abbildung $f : \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$ berechnet, mit $w \in L_1 \Longleftrightarrow f(w) \in L_2$, für alle $w \in \Sigma_1^*$.

Eine Sprache L heisst NP-schwer, falls für alle $L' \in NP$ gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$.

Falls $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ und $L_2 \leq_{\mathrm{p}} L_3$, dann $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_3$.

Falls für eine NP-schwere Sprache L' gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$, dann ist L NP-schwer.

Eine Sprache L heisst NP-vollständig, falls L NP-schwer ist und $L \in NP$.

Polynomielle Reduktion

$L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ falls es eine polynomielle TM gibt, die eine Abbildung $f : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ berechnet, mit $w \in L_1 \iff f(w) \in L_2$, für alle $w \in \Sigma_1^*$.

Eine Sprache L heisst NP-schwer, falls für alle $L' \in NP$ gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$.

Falls $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_2$ und $L_2 \leq_{\mathrm{p}} L_3$, dann $L_1 \leq_{\mathrm{p}} L_3$.

Falls für eine NP-schwere Sprache L' gilt $L' \leq_{\mathrm{p}} L$, dann ist L NP-schwer.

Eine Sprache L heisst NP-vollständig, falls L NP-schwer ist und $L \in NP$.

Falls L NP-schwer ist und $L \in P$, dann gilt $P = NP$.

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\}$

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_\mathrm{R}$,

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_\mathrm{R}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

Wir zeigen $SAT \leq_{\mathrm{p}} L_U$.

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

Wir zeigen $SAT \leq_{\mathrm{p}} L_U$.

Sei M eine TM mit $L(M) = SAT$.

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

Wir zeigen $SAT \leq_{\mathrm{p}} L_U$.

Sei M eine TM mit $L(M) = SAT$.

Wir definieren $f(w) = Kod(M)\#w$ für jede Eingabe w für SAT.

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

Wir zeigen $SAT \leq_{\mathrm{p}} L_U$.

Sei M eine TM mit $L(M) = SAT$.

Wir definieren $f(w) = Kod(M)\#w$ für jede Eingabe w für SAT.

Dann gilt

$$w \in SAT$$

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

Wir zeigen $SAT \leq_{\mathrm{p}} L_U$.

Sei M eine TM mit $L(M) = SAT$.

Wir definieren $f(w) = Kod(M)\#w$ für jede Eingabe w für SAT.

Dann gilt

$$w \in SAT \Longleftrightarrow w \in L(M)$$

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_\mathrm{R}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

Wir zeigen $SAT \leq_\mathrm{p} L_U$.

Sei M eine TM mit $L(M) = SAT$.

Wir definieren $f(w) = Kod(M)\#w$ für jede Eingabe w für SAT.

Dann gilt

$$w \in SAT \iff w \in L(M) \iff f(w) \in L_U$$

NP-schwer vs. NP-vollständig

Gibt es eine Sprache L, die NP-schwer ist, aber nicht NP-vollständig?

$L_U = \{Kod(M)\#w \mid w \in L(M)\} \notin \mathcal{L}_{\mathrm{R}}$, insbesondere $L_U \notin NP$.

Wir zeigen $SAT \leq_{\mathrm{p}} L_U$.

Sei M eine TM mit $L(M) = SAT$.

Wir definieren $f(w) = Kod(M)\#w$ für jede Eingabe w für SAT.

Dann gilt

$$w \in SAT \iff w \in L(M) \iff f(w) \in L_U$$

Da M unabhängig von der Eingabe w ist, kann $f(w) = Kod(M)\#w$ von einer TM in $O(|w|)$ berechnet werden.